Larhyss Journal, ISSN 1112-3680, n° 05, Juin 2006, pp.197-200

Note Technique

CALCUL DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT EN CONDUITE CIRCULAIRE SOUS PRESSION

B. ACHOUR, A. BEDJAOUI

Laboratoire de Recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface - LARHYSS
Université de Biskra, BP 145 RP, 07000, Biskra, Algérie
E-mail : bachir.achour@larhyss.net

INTRODUCTION

Dans le domaine de l'écoulement turbulent en conduite sous pression, trois catégories de problèmes sont rencontrés : le calcul du débit volume Q, le calcul du diamètre D de la conduite et le calcul du gradient J de la perte de charge.
La relation universellement admise pour résoudre la dernière catégorie de problème est celle de *Darcy-Weisbach* :

$$J = \frac{8f}{g\pi^2}\frac{Q^2}{D^5} \qquad (1)$$

Le coefficient de frottement f figurant dans la relation (1) est régi par la relation bien connue de *Colebrook-White* :

$$f = \left[-2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}}\right)\right]^{-2} \qquad (2)$$

où ε est la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes de la conduite, D est le diamètre de celle-ci et R est le nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement. La relation (2) couvre tout le domaine du diagramme de *Moody* et reste applicable pour $R > 2300$ et $0 \le \varepsilon / D \le 0,05$.
En raison de la forme implicite de la relation (2), l'évaluation du coefficient de frottement f doit se faire en s'appuyant soit sur un procédé itératif ou soit sur des formules approchées, sachant que la rugosité relative ε / D ainsi que le nombre de *Reynolds* R sont les variables connues du problème.
La présente note technique met en évidence les deux principales relations approchées destinées au calcul explicite du coefficient de frottement f en conduite circulaire sous pression. Elles se rapprochent de la relation (2) et

peuvent être d'une grande utilité dans la plupart des cas pratiques, notamment lors de l'évaluation du gradient J de la perte de charge.

FORMULE DE *SWAMEE* ET *JAIN*

La formule de *Swamee* et *Jain* (1976) est la relation la plus utilisée de nos jours. Elle constitue une solution approchée à l'équation (2) de sorte que le coefficient de frottement f s'exprime par :

$$f = \left[-2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3{,}7} + \frac{5{,}74}{R^{0{,}9}} \right) \right]^{-2} \tag{3}$$

Le caractère explicite de la relation (3) est évident. Le coefficient de frottement peut être en effet directement évalué à partir des valeurs connues de ε / D et de R. Cependant, pour définir le domaine de validité de la relation (3), il serait intéressant de la comparer à la formule « exacte » de *Colebrook-White* exprimée par la relation (2). Une brève comparaison a été effectuée et les résultats sont reportés sur la figure 1. Nous avons en fait représenté, dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques, les écarts $(\Delta f)/f$ calculés entre les relations (2) et (3), en fonction du nombre de *Reynolds* R et pour trois valeurs seulement de la rugosité relative ε / D.

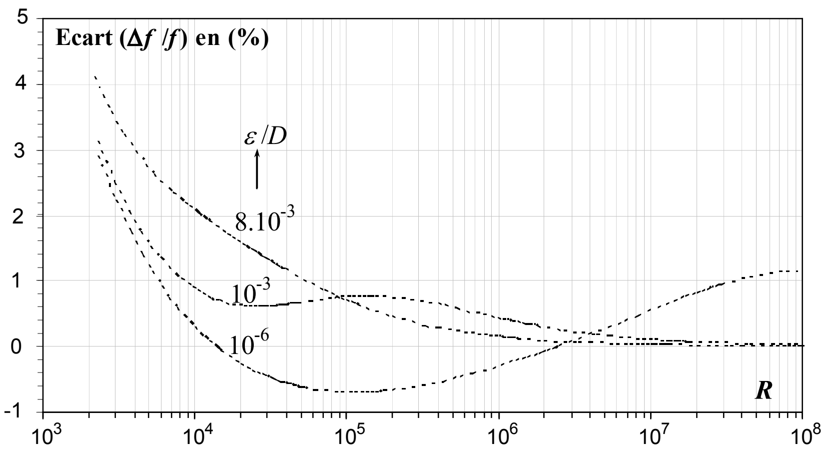

Figure 1 : Comparaison entre les relations (2) et (3)

Pour la rugosité relative $\varepsilon / D = 8.10^{-3}$, la figure 1 montre que la formule de *Swamee* et *Jain* s'écarte de celle de *Colebrook-White* d'environ 3% pour un nombre de *Reynolds* $R = 4000$. Cet écart diminue au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de *Reynolds* et atteint 2,2% environ pour $R = 10^4$. De manière générale, le diagramme de la figure 1 indique clairement que les écarts entre les relations (2) et (3) dépendent à la fois de ε / D et de R.

FORMULE DE *ACHOUR* ET *BEDJAOUI*

La formule proposée par *Achour* et *Bedjaoui* (2006) constitue la solution exacte à la relation implicite (2) de *Colebrook-White*. Le coefficient de frottement f est exprimé sous la forme explicite suivante :

$$f = \left[-2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3{,}7} + \frac{10{,}04}{\overline{R}} \right) \right]^{-2} \quad (4)$$

Le paramètre $\overline{R}$ figurant dans la relation (4) représente le nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement dans un modèle rugueux de référence. Celui-ci est une conduite circulaire sous pression de rugosité relative arbitrairement choisie égale $3{,}7.10^{-2}$. La relation exacte de $\overline{R}$ n'a pas encore été établie, mais une relation approchée a cependant été proposée par *Achour* et *Bedjaoui* (2006) qui montrent que $\overline{R}$ est fonction de la rugosité relative ε / D et du nombre de *Reynolds* R caractérisant l'écoulement dans la conduite considérée :

$$\overline{R} = 2R \left[-\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3{,}7} + \frac{5{,}5}{R^{0{,}9}} \right) \right]^{-1} \quad (5)$$

Ainsi, lorsque la rugosité relative ε / D et le nombre de *Reynolds* R sont les paramètres connus du problème, l'usage simultané des relations (4) et (5) permet alors d'évaluer de manière explicite le coefficient de frottement f recherché. Les relations (4) et (5) sont applicables dans tout le domaine de l'écoulement turbulent et couvrent ainsi l'ensemble du diagramme de *Moody*.
Afin de mieux apprécier la validité de la relation (4), celle-ci a été comparée à la relation (2) de *Colebrook-White* pour $R \geq 2300$ et $0 \leq \varepsilon / D \leq 0{,}05$. Les résultats issus de cette comparaison ont été graphiquement représentés dans le système d'axes de coordonnées à divisions semi logarithmiques de la figure 2.

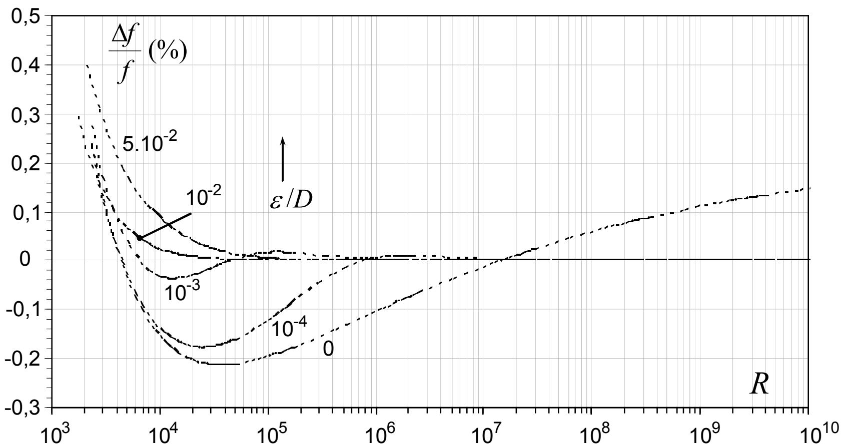

Figure 2 : Comparaison entre les relations (2) et (4)

La figure 2 montre clairement que l'écart relatif maximal $(\Delta f)/f$ entre les relations (2) et (4) est inférieur à 0,4% dans tout le domaine de l'écoulement turbulent. Cet écart maximal est obtenu pour $R = 2300$ et pour la plus forte rugosité relative $\varepsilon / D = 0{,}05$. L'écart $(\Delta f)/f$ diminue au fur et à mesure que le nombre de *Reynolds* R augmente et que la rugosité relative ε / D diminue.

Exemple d'application

Un écoulement se produisant dans une conduite circulaire sous pression est caractérisé par un nombre de *Reynolds* $R = 5.10^5$. Sachant que la rugosité relative est $\varepsilon / D = 2.10^{-4}$, calculez la valeur du coefficient de frottement.

Résolvons le problème par la formule explicite (4). Le nombre de *Reynolds* $\overline{R}$ est, selon la relation (5) :

$$\overline{R} = 2 \times 5.10^5 \times \left[-\log\left(\frac{2.10^{-4}}{3{,}7} + \frac{5{,}5}{(5.10^5)^{0{,}9}} \right) \right]^{-1} = 248591$$

Le coefficient de frottement f est par suite, en vertu de la relation (4) :

$$f = \left[-2\log\left(\frac{2.10^{-4}}{3{,}7} + \frac{10{,}04}{248591} \right) \right]^{-2} = 0{,}0154327$$

Ce résultat est pratiquement identique à celui calculé par application de la relation implicite de *Colebrook-White* qui mène à la valeur $f = 0{,}0154335$.

CONCLUSION

Une relation explicite [Eq.(4)] est proposée pour le calcul du coefficient de frottement f d'un écoulement turbulent se produisant dans une conduite circulaire sous pression. La figure 2 montre que l'écart maximal entre la relation (4) et celle de *Colebrook-White* est inférieur à 0,4%.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ACHOUR, B., BEDJAOUI, A. (2006, to be published). "Discussion of 'Exact Solutions for Normal Depth Problem' by Prabatha K. Swamee, Pushpa N. Rathie". *J. Hydraul. Res., IAHR*.

SWAMEE, P.K., JAIN, A.K. (1976). "Explicit equations for pipe-flow problems". *J. Hydraulic Engineering*, *ASCE* (104), HY2, 300.