



## CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA PROPAGATION DE L'ONDE DE RUPTURE DE BARRAGE VIA DES FORMULATIONS AUX DIFFERENCES FINIES

### CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE DAM BREAK WAVE PROPAGATION VIA FINITE DIFFERENCES FORMULATIONS

*IKNI T.<sup>1</sup>, BERREKSI A.<sup>1</sup>, HAMIDOU M.<sup>2</sup>, BELHOCINE M.<sup>1</sup>, NEBBAR M.L.<sup>2</sup>,  
BENKADJA R.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE),  
Département d'Hydraulique, Université de Bejaia, Algérie

<sup>2</sup> Département d'Hydraulique, Université de M'Sila, Algérie

*Ikni\_tahar@yahoo.fr ; berreksi.ali@gmail.com*

#### RESUME

Dans cette étude deux schémas explicites de Lax-Friedrichs et de MacCormack sont utilisés pour simuler l'onde de rupture de barrage. Afin d'améliorer les résultats de simulations numériques, deux dissipations d'interfaces (DI) sont utilisées pour réduire les oscillations numériques. Nous avons effectué une étude comparative de ces dissipations et de leurs différents emplacements dans le schéma numérique. Ces comparaisons nous permettent de choisir la méthode numérique adaptée à la simulation de l'onde de rupture de barrage. Les résultats sont présentés dans une dimension et des vérifications ont été faites avec la solution analytique et expérimentale d'autres auteurs. Une bonne concordance a été constatée entre les résultats simulés, analytiques et expérimentaux quel que soit le régime d'écoulement. Cette technique utilisée permet de simuler l'onde de rupture de barrage sans tenir compte du régime d'écoulement et de garder la solution stable pour les valeurs du nombre de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) allant jusqu'à une valeur proche de l'unité.

**Mots-Clés :** Fluvial, Supercritique, Transcritique, Viscosité artificielle, Rupture de barrage, Saint Venant.

## **ABSTRACT**

In this study two explicit schemes of Lax-Friedrichs and MacCormack are used to simulate the dam break wave problem. In order to improve the results of numerical simulations, two interface dissipations (ID) are used to reduce the numerical oscillations. We performed a comparative study of these dissipations and their different locations in the numerical scheme. These comparisons allow us to choose the numerical method adapted to the simulation of the dam break wave. The results are presented in one dimension and verifications were made with the analytical and experimental solution of other authors. Good agreement was found between the simulated, analytical and experimental results regardless of the flow regime. This technique allows to simulate the dam failure wave without taking into account the flow regime and to keep the solution stable for the values of the Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) number up to a value close to unit.

**Keywords:** Fluvial, Supercritical, Transcritical, Artificial viscosity, Dam failure, Saint Venant.

## **INTRODUCTION**

Un barrage est un ouvrage d'art construit en travers d'un cours d'eau et destiné à stocker de l'eau pour assurer les différents besoins (irrigation, alimentation en eau potable, ...etc.). Ces barrages sont des structures essentielles pour le développement et la subsistance de la société. Dans le cas où ce barrage cède, cela peut se révéler fatal pour les habitants qui se trouvent à l'aval de celui-ci (Fread, 1993; Singh et al., 2011). L'étude du scénario de rupture de barrage devient donc très importante pour la cartographie des inondations et la préparation de plans d'action d'urgence (Nema et Desmukh, 2016). La simulation de tels événements exceptionnels caractérisés par le risque hydraulique et hydrogéologique élevé est un problème réel pour la communauté scientifique, travaillant dans le thème de la protection de l'environnement. Cette simulation est également cruciale pour la gestion des plaines inondables avant de localiser les infrastructures dans les vallées fluviales. Dans de nombreux cas concernant les écoulements à surface libre (le génie hydraulique, l'environnement, ...etc.), une représentation correcte de la profondeur de l'eau et de la vitesse, à la suite d'une crue, résultant d'une rupture de barrage où un saut hydraulique, est nécessaire (Stoker, 1952 ; Sentürk 1994). La plus part des travaux réalisés à présent pour étudier l'onde de rupture de barrage est faite en

utilisant les équations de Saint Venant (Garcia Navarro et al., 1992; Hsu et Yeh, 2002; Soleymani et al., 2015; Wen et al., 2016; Rehman et Cho, 2016). Ce système d'équation aux dérivées partielles de type hyperbolique a été introduit en 1871 par Jean-Claude Adhémar Barré de Saint-Venant pour modéliser des écoulements dans des canaux (Saint-Venant, 1871). Ces équations régissent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes, d'où leur appellation anglaise "shallow water equations" (Hsu et Yeh, 2002). On signale au passage que les équations de Saint Venant peuvent être obtenues par l'intégration suivant la profondeur des équations tridimensionnelles de Navier Stokes à surface libre pour un fluide incompressible avec viscosité en tenant compte de certaines hypothèses simplificatrices, appelées souvent hypothèses classiques de Saint Venant. Dans les hypothèses simplificatrices émises par Saint Venant, on retrouve celle correspondant à une faible pente de fond du canal, petite hauteur d'eau par rapport à la taille du domaine et une répartition de la pression hydrostatique (Gerbeau et Perthame, 2001 ; Marche, 2007). On constate dans la littérature que ces équations sont très utilisées pour la simulation de nombreux phénomènes : étude des crues, rupture de barrage et tsunamis (Valiani et al., 2002 ; Burguete et Garcia-Navarro, 2004 ; Popinet, 2011; Rehman et Cho, 2016). Ces équations, qui sont hyperboliques et non-linéaires, sauf dans des cas simplifiés, ne peuvent être résolues que numériquement. Les schémas numériques utilisés devraient être en mesure de simuler les variations rapides des caractéristiques hydrauliques avec précision. Parmi les méthodes utilisées pour intégrer ces équations, on trouve la méthode des différences finies (Kurganov et Levy, 2002 ; Xiong et al., 2013 ; Xing et Shu, 2014 et 2015). Pour les cas simples, en 1892, Ritter était le premier qui a étudié le problème de rupture de barrage (Ritter, 1892). Il a donné la solution analytique sur un lit sec sans frottement (un écoulement de fluide idéal au front d'onde) : cette solution analytique donne une hauteur d'eau de profil parabolique reliant la région intacte amont à la transition humide/sec. Wu (1986) a généralisé la solution de Ritter pour des canaux à section trapézoïdale grâce au développement de la série de Taylor. Par la suite la solution de Ritter est généralisée pour un fluide réel, en prenant en compte les effets des frottements sur l'écoulement. Il existe différentes approches qui permettent d'obtenir une solution analytique avec frottement ; nous pouvons citer entre autres les travaux de Dressler (1952 et 1954) et Chanson (2005 et 2006). Lors de la rupture totale et brusque d'un barrage, dans le cas où l'onde de crue se propage dans un canal, la vitesse longitudinale est largement supérieure à la vitesse verticale et la vitesse transversale, d'où elles peuvent être considérées comme négligeables (Singh et al., 2011). Dans ce travail, deux schémas explicites de Lax-Friedrichs et de MacCormack sont employés pour simuler l'onde de rupture de barrage en

utilisant les équations de Saint Venant unidimensionnelles. Ces méthodes numériques n'étaient pas aptes à capter les chocs et les discontinuités hydrauliques d'une manière fine, puisque ces schémas étaient, soit du premier ordre, donc associés à une solution présentant de la diffusion, soit du second ordre, mais alors associés à une solution présentant des oscillations numériques. Afin de surmonter cet obstacle, une dissipation d'interface a été ajoutée au schéma numérique (Saikia et Sarma, 2006, Bellos et Hrissanthou, 2011). La dissipation d'interface employée par Saikia et Sarma (2006) et par Bellos et Hrissanthou (2011) sont utilisées pour réduire les oscillations du schéma de Lax-Friedrichs et de MacCormack. La solution analytique de Stoker (in Ahmad et al., 2011) et les résultats expérimentaux de Townson et Al-Salihi, (1989) pour le problème de rupture de barrage ont été employés pour valider les résultats de simulation du présent travail. L'emplacement de la dissipation d'interface dans le schéma de MacCormack après étape de correction et dans chaque étape de prédiction et de correction est discuté.

## MODELISATION MATHÉMATIQUE

L'écoulement de l'eau à surface libre dans un canal de section uniforme est décrit par le système d'équations de Saint Venant à une dimension. Les équations de base écrites sous une forme conservative en termes de variables de l'écoulement  $(h, uh)$  sont comme suit (Ahmad et al., 2011 ; Soleymani et al., 2015):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (1)$$

Dans cette dernière relation,  $V$  est le vecteur des variables conservatives,  $F(V)$  est le vecteur du flux et  $S$  est le vecteur source. Ces vecteurs sont donnés par.

$$V = \begin{pmatrix} h \\ uh \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + g \frac{h^2}{2} \end{pmatrix} \text{ et } S = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Où,  $S_{ox}$  est la pente du fond du canal selon les directions  $x$  et représente la pente de frottement selon la même direction. Par ailleurs, les quantités  $h$ ,  $u$  et  $g$  désignent respectivement la hauteur d'eau de l'écoulement, la vitesse et l'accélération de la pesanteur. En outre, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$S_{ox} = \sin(\alpha_x) \quad (3)$$

Où,  $\alpha_x$  est l'angle d'inclinaison du fond du canal selon la direction  $x$ .

La pente de frottement  $S_{fx}$  (Smith et al., 2007; Rehman et Cho, 2016).

$$S_{fx} = \frac{u|u|n^2}{h^{4/3}} \quad (4)$$

Où  $n$  est le coefficient de frottement de Manning.

## METHODE NUMERIQUE

Les schémas numériques de natures explicites sont stables pour les valeurs du Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) inférieures à l'unité (Tseng, 1999 ; Saikia et Sarma, 2006; Ahmad et al., 2013).

$$CFL = \Delta t \max(|u| + \sqrt{gh}) / \Delta x < 1 \quad (5)$$

Avec CFL variant entre 0 et 1.

Deux schémas numériques à savoir le schéma de Lax-Friedrichs et le schéma de MacCormack sont utilisés dans ce travail, pour simuler l'onde de rupture de barrage. Une étude comparative des deux schémas est faite en fonction de l'emplacement de la dissipation d'interface dans le schéma numérique.

### Schéma de Lax-Friedrichs

Le schéma de Lax-Friedrichs est une méthode de base pour la solution des équations différentielles de type hyperbolique. C'est un schéma très robuste et son utilisation est facile (Sarma et Saikia, 2006). Le schéma est du premier ordre en temps et du deuxième ordre en espace. Il est composé d'une seule étape (Cunge et al., 1980 ; Garcia-Navarro et al., 1999 ; Saikia et Sarma, 2006).

$$\begin{cases} V_i^{n+1} = \theta_1 V_i^n + 0.5(1 - \theta_1)(V_{i+1}^n + V_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{i+1}^n - F_{i-1}^n] + \Delta t S_i^n \\ 0 \leq \theta_1 \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

Avec  $\theta_1$  paramètre de pondération du schéma de Lax-Friedrichs.

### Schéma de MacCormack

Le schéma de MacCormack est très utilisé pour la simulation des écoulements rapidement variés comme dans le cas de l'onde de rupture de barrage. C'est un schéma à capture de chocs. Il est du second ordre dans le temps et dans l'espace. Ce schéma centré est composé de deux étapes : une étape de prédiction et une étape de correction (Jovanoić et Djordjević, 1995; Mambretti et De Wrachien, 2008).

$$\begin{aligned}
 V_i^P &= V_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{i+1}^n - F_{i-1}^n] + \Delta t S_i^n \\
 V_i^C &= V_i^P - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{i+1}^P - F_{i-1}^P] + \Delta t S_i^P \\
 V_i^{n+1} &= \frac{1}{2} (V_i^n + V_i^C)
 \end{aligned} \tag{7}$$

### Dissipations artificielles

Bellos et Hrissanthou (2011) ont ajouté une dissipation d'interface de Koutitas (1982) pour réduire les oscillations du schéma de MacCormack après l'étape de correction pour simuler l'onde de rupture de barrage. Elle s'écrit:

$$V_i^{n+1,*} = \theta V_i^{n+1} + \frac{1}{2} (1 - \theta) (V_{i+1}^{n+1} + V_{i-1}^{n+1}) \tag{8}$$

L'inversion de l'équation (11) donne:

$$V_i^{n+1,*} = (1 - \theta) V_i^{n+1} + \frac{1}{2} \theta (V_{i+1}^{n+1} + V_{i-1}^{n+1}) \tag{9}$$

Le schéma de Lax-Friedrichs peut s'écrire avec cette nouvelle dissipation comme suit (Sarma et Saikia, 2006):

$$V_i^{n+1} = (1 - \theta) V_i^n + \frac{\theta}{2} (V_{i+1}^n + V_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{i+1}^n - F_{i-1}^n] + \Delta t S_i^n \tag{10}$$

Dans ce travail, nous voulons aussi tester le schéma de MacCormack en fonction de l'emplacement de la dissipation (éq. 9). Cette dissipation sera placée de deux façons : dans la première, elle sera placée après l'étape de correction et dans la deuxième, elle sera placée dans chaque étape de prédiction et de correction. Ainsi le schéma de MacCormack s'écrit:

$$\begin{aligned}
 V_i^P &= (1-\theta)V_i^n + \frac{\theta}{2}(V_{i+1}^n + V_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1}^n - F_{i-1}^n] + \Delta t S_i^n \\
 V_i^C &= (1-\theta)V_i^P + \frac{\theta}{2}(V_{i+1}^P + V_{i-1}^P) - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1}^P - F_{i-1}^P] + \Delta t S_i^P \\
 V_i^{n+1} &= \frac{1}{2}(V_i^n + V_i^C)
 \end{aligned} \tag{11}$$

### Conditions aux limites

L'une des méthodes les plus utilisées pour traiter les conditions aux limites, est celle de l'extrapolation linéaire. Soient  $V_2^{n+1}$  et  $V_{N-1}^{n+1}$  les valeurs calculées au temps  $t^{n+1}$  à l'aide du schéma numérique, les valeurs  $V_1^{n+1}$  et  $V_N^{n+1}$  sont calculées à l'aide d'une extrapolation linéaire par Hirsch (1990), Mohapatra et Bhallamudi (1996), Yu et Duan (2014) et Das et Bagheri (2015):

$$\begin{cases}
 V_1^{n+1} = 2V_2^{n+1} - V_3^{n+1} \\
 V_N^{n+1} = 2V_{N-1}^{n+1} - V_{N-2}^{n+1}
 \end{cases} \tag{12}$$

## RESULTATS ET DISCUSSION

### Solution analytique de Stoker pour la rupture de barrage

La solution analytique de Stoker (1957) concerne l'écoulement transitoire dans un canal prismatique à section rectangulaire pour un fluide réel. Pour un canal horizontal de largeur  $B=1$  m, de longueur  $L=1$  m et d'un lit lisse, l'effet de frottement sur l'écoulement peut être négligé (Townson et Al-Salihi, 1989, Mohapatra et Bhallamudi 1996). La vanne est placée au milieu du canal et à l'instant  $t=0$ , la vanne est totalement enlevée et l'eau se relâche sous forme de deux vagues, l'une se dirige vers l'amont et l'autre vers l'aval (Figure 1).

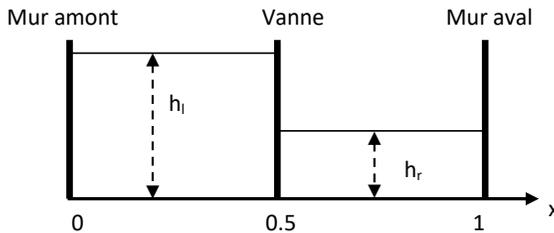


Figure 1 : Conditions initiales

Les conditions initiales sont :

$$h(x) = \begin{cases} h_G & \text{for } 0 \leq x \leq x_0 = 0.5m \\ h_D & \text{for } x_0 < x \leq L \end{cases} \quad (13)$$

Avec une vitesse initiale  $u(x) = 0 \text{ m/s}$

Stoker (in Ahmad et al., 2011) a développé une solution analytique pour ce cas. La hauteur  $h$  et la vitesse  $u$  de l'écoulement sont données par les expressions suivantes:

$$h(t, x) = \begin{cases} h_G & \text{si } x < \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \\ \frac{4}{9g} \left( 2\sqrt{gh_G} - \frac{2x-L}{2t} \right)^2 & \text{si } \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \leq x \leq (u_2 - c_2)t + \frac{L}{2} \\ \frac{h_D}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{8S^2}{gh_D}} - 1 \right) & \text{si } (u_2 - c_2)t + \frac{L}{2} < x \leq St + \frac{L}{2} \\ h_D & \text{si } x > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (14)$$

$$u(t, x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \\ \frac{1}{3} \left( 2x + t\sqrt{gh_G} - L \right) & \text{si } \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \leq x \leq (u_2 - c_2)t + \frac{L}{2} \\ 2(\sqrt{gh_G} - c_m) & \text{si } (u_2 - c_2)t + \frac{L}{2} < x \leq St + \frac{L}{2} \\ 0 & \text{si } x > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (15)$$

Où

$$u_2 = S - \frac{gh_D}{4S} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{8S^2}{gh_D}} \right) \quad \text{et} \quad c_2 = \sqrt{\frac{gh_D}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{8S^2}{gh_D}} - 1 \right)} \quad (16)$$

La vitesse  $S$  de l'onde de chocs qui se propage vers l'aval est la solution positive de l'équation suivante (Ahmad et al., 2011):

$$u_2 + 2c_2 - 2\sqrt{gh_G} = 0 \quad (17)$$

Quand la vitesse de l'onde de choc  $S=0$ ,  $u_2$  et  $C_2$  s'annulent, la solution de Stoker (1957) tend vers la solution de Ritter (1892) qui s'écrit:

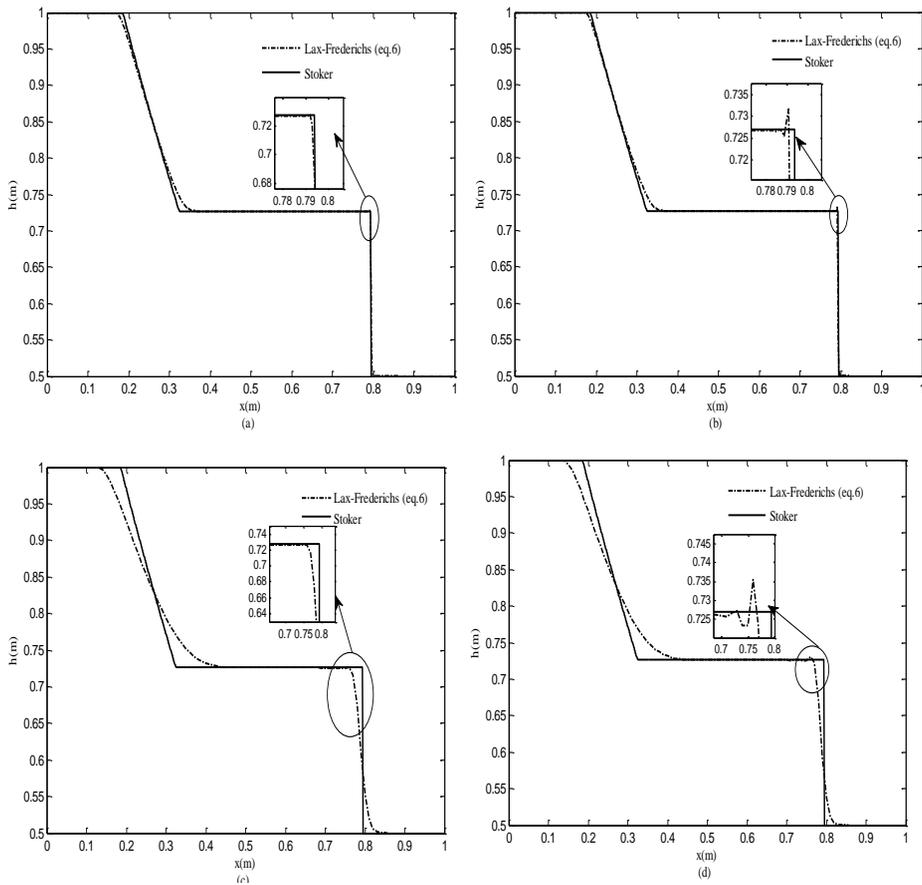
$$h(t,x) = \begin{cases} h_G & \text{si } x < \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \\ \frac{4}{9g} \left( 2\sqrt{gh_G} - \frac{2x-L}{2t} \right)^2 & \text{si } \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \leq x \leq +\frac{L}{2} \\ h_D & \text{si } x > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (18)$$

$$u(t,x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \\ \frac{1}{3} \left( 2x + t\sqrt{gh_G} - L \right) & \text{si } \frac{L}{2} - t\sqrt{gh_G} \leq x \leq +\frac{L}{2} \\ 0 & \text{si } x > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (19)$$

### **Etude paramétrique du schéma de Lax-Friedrichs en fonction de $\theta$ et du pas $\Delta x$**

Le but essentiel de ces tests est tout d'abord de déterminer les valeurs du paramètre de pondération  $\theta$  pour vérifier la stabilité et la validité des codes utilisés (éqs. 6 et 10). Pour montrer leurs robustesse, un rapport de profondeur a été considéré pour la simulation de l'onde de rupture :  $h_{\text{aval}}/h_{\text{amont}}=0.5$ . La comparaison a été faite avec la solution analytique de Stoker. L'exécution est faite avec un pas de temps  $\Delta t=0.01s$  pour une durée de 0.8s. Pour la partie numérique, deux valeurs du pas  $\Delta x$  suivant le sens de l'écoulement sont choisies ( $\Delta x=0.01m$  et  $\Delta x=0.02m$ ) dans le but est de montrer l'effet du pas  $\Delta x$  sur la précision de la solution. Le pas de temps  $\Delta t$  est calculé par l'équation 5. La figure 2 montre les profils des profondeurs simulés et analytiques à  $t= 0.8s$ . On constate que, le schéma de Lax-Friedrichs (éq. 6) est stable pour les valeurs de  $\theta \leq 0.1$  quel que soit la valeur du  $CFL \in ]0 \quad 1[$  (Figures 2a et c).

Pour les valeurs de  $\theta > 0.1$ , le schéma est instable (Figures 2b et d). On constate aussi que les résultats des simulations concordent mieux avec les résultats analytiques pour une faible valeur de  $\Delta x$  (Figures 2a et b). La stabilité de la deuxième écriture du schéma de Lax-Friedrichs (éq. 10) est obtenue pour les valeurs de  $\theta \geq 0.9$  (Figure 3b). Le schéma est instable pour les valeurs de  $\theta < 0.9$  (Figure 3a).



**Figure 2 : Hauteur d'eau  $h$  à  $t=0.8s$  pour  $CFL=0.99$ , a)  $\Delta x=0.01m$ ,  $\theta=0.05$  ;  
 b)  $\Delta x=0.01m$  et  $\theta=0.15$  ; c)  $\Delta x=0.02m$  et  $\theta=0.05$ ; d)  $\Delta x=0.02m$  et  $\theta=0.15$**

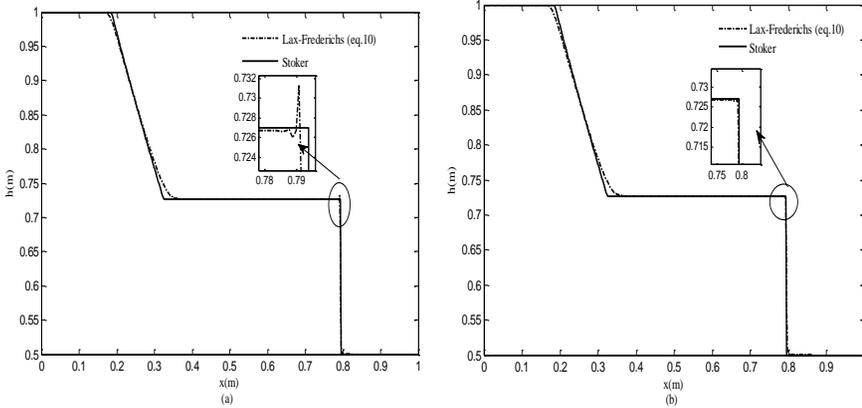


Figure 3 : Hauteur d'eau  $h$  à  $t=0.1s$  pour la valeur de  $CFL=0.99$  et  $\Delta x=0.01m$  : a)  $\theta=0.8$ ; b)  $\theta=0.99$

On peut conclure à partir de ces applications, qu'une fois que le schéma numérique est stable, les résultats simulés obtenus sont similaires (Figures 2a et 3b).

### Effet du nombre de courant de Friedrichs-Lewy (CFL)

En donnant les mêmes valeurs pour le paramètre  $\theta$  et le CFL, le schéma numérique (éq. 10) est stable quelque soit le nombre de Courant de Friedrichs-Lewy (CFL) dans l'intervalle  $]0, 1[$  (Figure 4). On constate que le calage de la solution analytique par la solution numérique est fonction du nombre de Courant CFL. Pour la valeur du CFL proche de l'unité, les résultats obtenus sont appréciables.

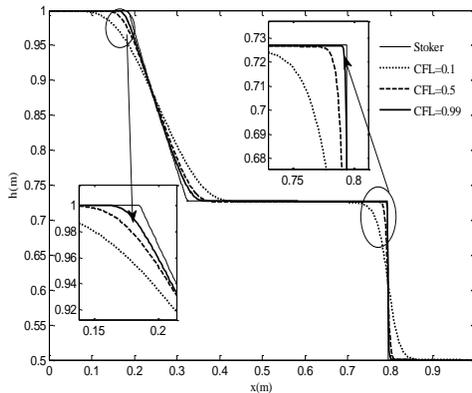


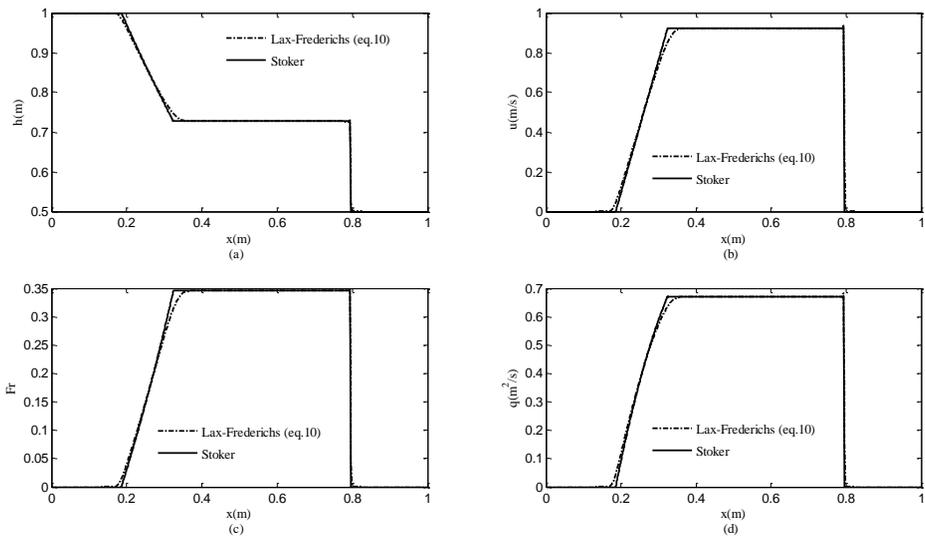
Figure 4 : Hauteur d'eau  $h$  à  $t=0.8s$ : (CFL=0.1, CFL=0.5 et CFL=0.99)

### Vérification du modèle

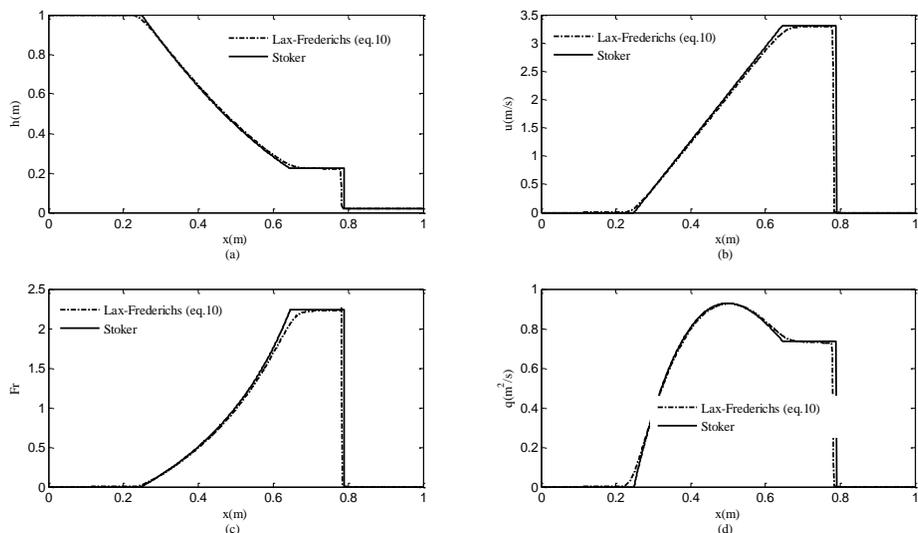
Deux types d'écoulements sont simulés afin de montrer la robustesse du schéma numérique (éq. 10). La figure 5 montre les résultats simulés et analytiques pour  $\theta=0.99$  et  $CFL=0.99$ .

Dans le premier cas, l'écoulement est partout fluvial. La hauteur à l'aval est choisie de sorte que le rapport  $h_{\text{aval}}/h_{\text{amont}}$  soit supérieur ou égal à 0.5 m, pour obtenir le nombre de Froude inférieur à l'unité ( $Fr < 1$ ) (Figure 5c). La hauteur aval est prise égale à 0.5 m (Figure 5a). Comme on peut le constater, la figure 5 montre un bon accord entre les résultats simulés et les résultats analytiques.

Le deuxième type d'écoulement est transcritique puisqu'il passe du régime fluvial au torrentiel (Figure 6c) et dans ce cas, la hauteur à l'aval est choisie de sorte que le rapport  $h_{\text{aval}}/h_{\text{amont}}$  soit inférieur à 0.5 m. La hauteur aval est prise égale à  $h_{\text{aval}}=0.02$  m (Figure 6a). La figure 6 montre un bon ajustement entre les résultats simulés et analytiques. A partir de ces deux applications, on peut conclure que ce schéma donne de bons résultats pour les deux régimes d'écoulement (fluvial et transcritique), puisque la solution simulée suit d'une manière satisfaisante la solution analytique (Figures 5 et 6).



**Figure 5 : Paramètres de l'écoulement pour  $CFL=0.99$  et  $h_{\text{aval}}/h_{\text{amont}}=0.5$ :**  
 a) Hauteur d'eau  $h(m)$ ; b) Vitesse d'écoulement  $u(m/s)$ ; c) Nombre de Froude  $Fr$ ;  
 d) Débit par unité de largeur  $q=hu(m^2/s)$  à  $t=0.1s$



**Figure 6 : Paramètres de l'écoulement pour CFL=0.99 et  $h_{aval}/h_{amont}=0.02$  :**  
 a) Hauteur d'eau  $h(m)$ ; b) Vitesse d'écoulement  $u(m/s)$ ; c) Nombre de Froude  $Fr$ ;  
 d) Débit par unité de largeur  $q=hu(m^2/s)$  à  $t=0.08s$

### Etude paramétrique du schéma de MacCormack

Dans cette partie du travail, la dissipation d'interface est ajoutée de deux façons différentes dans le schéma de MacCormack. Dans la première, elle est ajoutée dans chaque étape de prédiction et de correction et dans la deuxième, elle est ajoutée après l'étape de correction dans le schéma numérique de MacCormack. Deux types d'écoulement sont considérés pour simuler l'onde de rupture de barrage : dans le premier cas, l'écoulement est fluvial ( $h_{aval}/h_{amont}=0.5$ ) et dans le second cas, l'écoulement est transcritique ( $h_{amont}/h_{aval}=10^{-6}$ ).

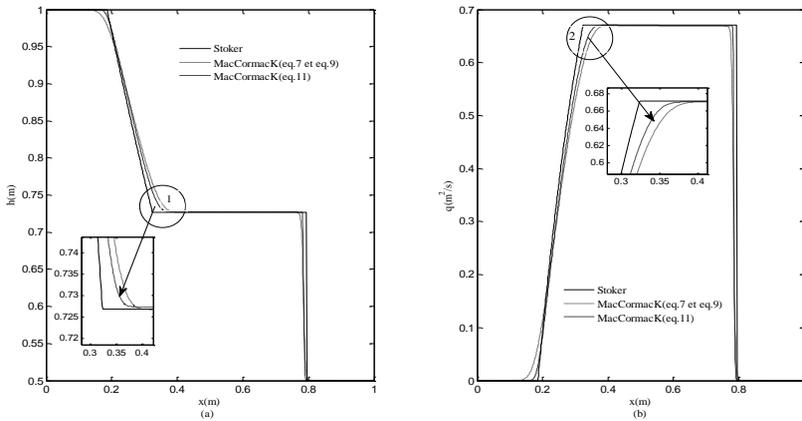
#### Cas 1: écoulement fluvial ( $h_{aval}/h_{amont}=0.5$ )

Pour le rapport des profondeurs  $h_{aval}/h_{amont}=0.5$ , l'écoulement est partout fluvial. La figure 7 montre des résultats simulés et analytiques. D'après ces applications, on peut noter que le schéma de MacCormack (éqs. 7, 9 et 11) donne des résultats assez satisfaisants, quelque soit l'emplacement de la dissipation. Les valeurs de  $\theta$  et de CFL sont résumées dans le tableau 1. Pour les valeurs de  $\theta=0.99$  et de CFL=0.99, le temps de simulation est réduit au maximum.

**Tableau 1 : Valeurs des paramètres de pondération  $\theta$  et du nombre de courant CFL dans le cas fluvial**

Ecoulement fluvial (éq. 7 et éq. 9)		Ecoulement fluvial (éq. 11)	
$\theta$	CFL	$\theta$	CFL
0.99	0.7	0.99	0.99

Lorsque la dissipation est placée dans les deux étapes de prédiction et de correction du schéma numérique (éq. 11), les résultats de simulation sont meilleurs. Les écarts entre la solution analytique et les résultats de simulation obtenus avec l'équation 11 sont inférieurs à ceux obtenus avec les équations 7 et 9 dans les zones 1 et 2 (Figures 7a et b).



**Figure 7 : Ecoulement fluvial ( $h_{aval}/h_{amont}=0.5$ ) : a) Hauteur d'eau  $h(m)$ ; b) Débit par unité de largeur  $q=hv$  ( $m^2/s$ ) à  $t=0.1s$**

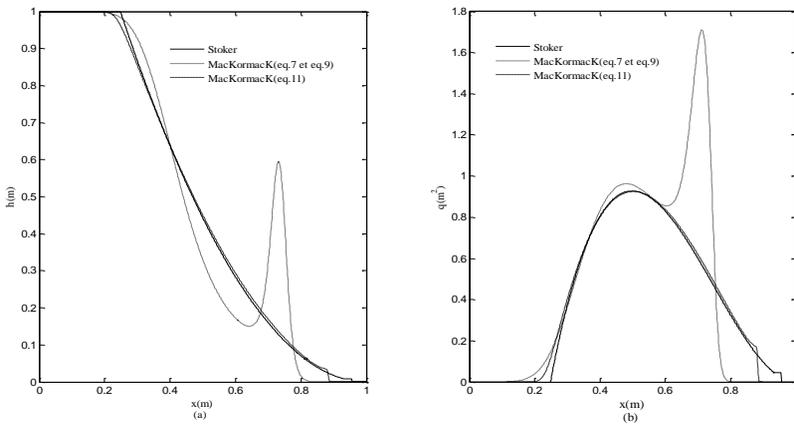
**Cas 2 : écoulement transcritique ( $h_{aval}/h_{amont}=10^{-6}$ )**

Les résultats simulés et analytiques pour le rapport des profondeurs  $h_{aval}/h_{amont}=10^{-6}$  sont présentés sur la figure 8. Le schéma numérique de MacCormack (éq. 11) donne des résultats assez satisfaisants quand la dissipation est placée dans les deux étapes de prédiction et de correction (Figures 8c et d). Lorsque celle-ci est placée après l'étape de correction, le schéma de MacCormack (éqs. 7 et 9) devient diffusif pour (Figures 8a et b). Les valeurs de  $\theta$  et de CFL sont résumées dans le tableau 2.

**Tableau 2 : Valeurs des paramètres de pondération  $\theta$  et du nombre de courant CFL dans le cas transcritique.**

Ecoulement transcritique (éq. 7 et éq. 9)		Ecoulement transcritique (éq. 11)	
$\theta$	CFL	$\theta$	CFL
0.99	0.1	0.99	0.99

On constate d'après la figure 8 que, pour  $\theta=0.99$  et  $CFL=0.99$ , les résultats de simulation de l'équation 11 (Figures 8a et b) sont meilleurs que ceux obtenus avec les équations 7 et 9 (Figures 8c et d) et le temps de simulation est minimal car le CFL est très proche de l'unité.

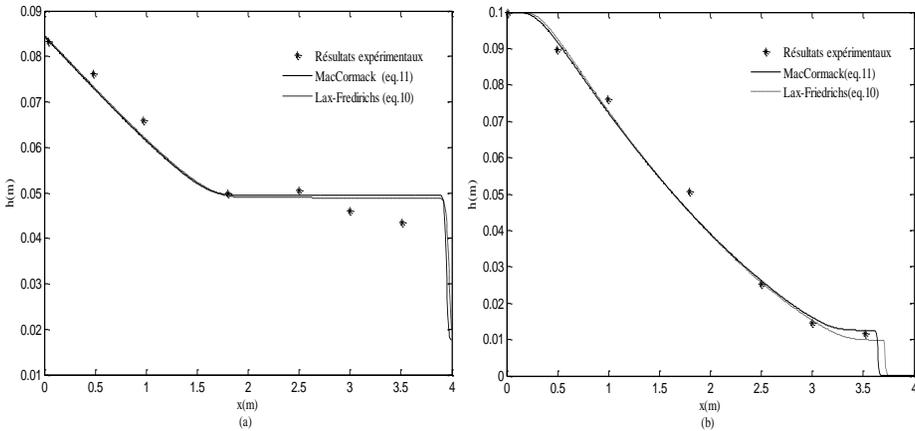


**Figure 8 : Ecoulement transcritique ( $h_{aval}/h_{amont}=10^{-5}$ ) a) Hauteur d'eau  $h(m)$  ; b) Débit par unité de largeur  $q=hv$  ( $m^2/s$ ) à  $t=0.08s$ .**

### Simulation du cas réel

La comparaison des résultats de simulations à ceux de l'expérience au laboratoire de Townson et Al-Salihi (1989) permet de conclure si le modèle est capable de décrire le cas réel. Les expériences sont réalisées dans un canal rectangulaire avec une longueur de 4 m et une largeur de 0.1 m. Le canal est horizontal où les frottements sont négligés (Townson et Al-Salihi, 1989 ; Mohapatra et Bhallamudi, 1996; Das et Bagheri, 2015). La longueur du canal à l'amont du barrage est de 1.8 m et à l'aval de 2.2 m. La hauteur d'eau est de 0.1 m à l'amont du barrage. Deux rapports de profondeur ont été considérés dans cette expérience :  $h_{aval}/h_{amont}=0.176$  et  $h_{aval}/h_{amont}=0.0025$ . Le pas de

discrétisation suivant l'axe de l'écoulement est de 0.02m. Sur les figures 9a et b, sont représentés les profils de la surface libre mesurés de Townson et Al-Salihi (1989) et simulés de Lax-Friedrichs (éq. 10) et de MacCormack (éq. 11).



**Figure 9 : Profil de la surface libre de rupture de barrage**  
 a)  $h_{aval}/h_{amont}=0.176$  et  $t=2.5s$ ; b)  $h_{aval}/h_{amont}=0.0025$  et  $t=1.5s$

On constate, un bon ajustement entre les résultats simulés et les résultats expérimentaux (Figures 9a et b). Lorsque la dissipation interface est placée dans les deux étapes de prédiction et de correction, le schéma de MacCormack (éq. 11) donne résultats satisfaisants pour  $t=1.5s$ . Comme on peut le constater d'après la figure 9b, le schéma de Lax-Friedrichs (éq. 10) sous-estime l'onde de choc. On peut noter que le schéma de MacCormack (éq. 11) a une bonne capacité de décrire le front d'onde. Les valeurs de  $\theta$  et de CFL sont regroupées dans le tableau 3:

**Tableau 3 : Valeurs des paramètres de pondération  $\theta$  et du nombre de courant de CFL pour  $h_{aval}/h_{amont}=0.176$  et  $h_{aval}/h_{amont}=0.0025$**

Ecoulement fluvial ( $h_{aval}/h_{amont}=0.176$ ) (éq. 10 et éq. 11)		Ecoulement transcritique ( $h_{aval}/h_{amont}=0.0025$ ) (éq. 10 et éq. 11)	
$\theta$	CFL	$\theta$	CFL
0.99	0.99	0.99	0.99

## CONCLUSION

La propagation de l'onde de rupture du barrage sur un plan horizontal est étudiée. Cet article présente un modèle simple et robuste pour le calcul du profil de la surface libre due à la rupture totale du barrage en utilisant les équations de Saint-Venant (1D). La vérification du modèle pour étudier correctement les écoulements rapidement variés est faite en comparant les résultats numériques obtenus avec la solution analytique, les résultats expérimentaux et les résultats simulés d'autres auteurs.

Deux schémas numériques aux différences finies, à savoir le schéma de Lax-Friedrichs et le schéma de MacCormack pour simuler la rupture de barrage, sont utilisés. Le profil de la surface libre a été calculé pour les deux régimes d'écoulements, fluvial et transcritique. Dans le régime fluvial, le lit est mouillé à l'aval du barrage et dans le régime transcritique, le lit est sec à l'aval du barrage.

Deux dissipations d'interfaces sont utilisées dans ce travail, puis une étude comparative de ces dissipations est faite pour la simulation de l'onde de rupture de barrage.

Lorsque la dissipation est placée après l'étape de correction dans le schéma de MacCormack, les résultats obtenus concordent d'une manière satisfaisante avec les résultats analytiques et expérimentaux dans le cas fluvial. Quand l'écoulement est transcritique, c'est-à-dire, lorsqu'il y a passage du régime fluvial au régime torrentiel, ce schéma échoue complètement et ne peut pas être utilisé. Il donne de bons résultats quand la dissipation est ajoutée dans chaque étape de prédiction et de correction. Le meilleur résultat est obtenu par les deux schémas de Lax-Friedrichs et de MacCormack pour le paramètre de pondération  $\theta=0.99$  et du nombre de Courant-Friedrichs-Lewy CFL=0.99.

Les simulations numériques discutées ci-dessus, permettent de conclure que la dissipation placée dans chaque étape dans le schéma MacCormack, rend ce dernier puissant pour résoudre le problème de rupture de barrage à une dimension quelque soit le régime d'écoulement. Cette technique permet d'augmenter le nombre de Courant de Friedrichs-Lewy jusqu'à une valeur proche de l'unité.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- AHMAD M.F., MAMAT M., RIZKI S., MOHD I., ABDULLAH I. (2011). The development of numerical method for shock waves and wave propagation on irregular bathymetry, *Applied Mathematical Sciences*, Vol.5, Issue 6, pp. 293-308.
- AHMAD M.F., MAMAT M., WAN NIK W.B., KARTONO A. (2013). Numerical method for dam break problem by using Godunov approach, *Applied Mathematical and Computation*, Vol.2, Issue 1, pp. 95-107.
- BAGHERI J., DAS S.K. (2013). Modelling of shallow water equations by using higher-order compact scheme with application to dam-break problem, *Journal of Applied and Computational Mathematics*, Vol.2, Issue 3, pp. 1-9, DOI: 10.4172/2168-9679.1000132.
- BELLOS V., HRISSANTHOU V. (2011). Numerical simulation of a dam-break flood wave. *European Water*, Vol.33, pp. 45-53.
- BURGUETE J., GARCIA-NAVARRO P. (2004). Implicit schemes with large time step for non-linear equations: application to river flow hydraulics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.46, Issue 6, pp. 607-636.
- CHANSON H. (2005). Applications of the Saint-Venant equations and method of characteristics to the dam break wave problem, Report No. CH55/05, Department of Civil Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia, May, 135 p.
- CHANSON H. (2006). Solutions analytiques de l'onde de rupture de barrage sur plan horizontal et incline, *La Houille Blanche*, Vol.3, pp. 76-86.
- CUNGE J.A., HOLLY F.M.JR., VERWEY A. (1980). Practical aspects of computational river hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program, Boston.
- DAS S.K., BAGHERI J. (2015). Modelling of shallow-water equations by using compact MacCormack-Type schemes with application to dam-break problem, *International Journal of Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.2, Issue 3, pp. 60-71.
- DRESSLER R.F. (1952). Hydraulic resistance effect upon the dam-break, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol.49, Issue 3, pp. 217-225.
- DRESSLER R.F. (1954). Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave, *International Association of Hydrological Sciences*, Vol.38, pp. 319-328.
- FREAD D.L. (1993). Flow Routing in Handbook of Hydrology, McGraw-Hill Inc., New York, USA, pp.1-36.
- GARCIA-NAVARRO P., ALCRUDO F., SAVIRON J.M. (1992). 1-D open channel flow simulation using TVD-MacCormack scheme, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.118, pp. 1359-1372.

- GARCIA-NAVARRO P., FRAS A., VILLANUEVA I. (1999). Dam-break flow simulation: some results for one dimensional models of real cases, *Journal of Hydrology*, Vol. 216, pp. 227-247.
- GERBEAU J.F., PERTHAME B. (2001). Derivation of viscous Saint-Venant system for laminar shallow water : numerical validation, *Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series B*, Vol.1, Issue 1, pp. 89-102.
- HELFRICH K.R., ALLEN C.K., PRATT L.J. (1999). Nonlinear Rossby adjustment in a channel, *Journal of Fluids Mechanics*, Vol.390, pp. 187-222.
- HIRCH C. (1990). Numerical computation of internal and external flows, Vol.2: *Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, Wiley, Chichester.
- HSU C-T., YEH K-C. (2002). Iterative explicit simulation of 1D surges and dam-break flows, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.38, pp. 647-675, DOI: 10.1002/fld.236.
- JOVANOIÉ M., DJORDJEVIÉ D. (1995). Experimental verification of the MacCormack numerical scheme, *Advances in Engineering Software*, Vol.23, pp. 61-77.
- KOUTITAS CH. (1982). *Computational Hydraulics*, Xanthi, 199 p.
- KURGANOV A., LEVY D. (2002). Central-upwind schemes for the Saint-Venant system, *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, Vol.36, pp. 397-425.
- MAMBRETTI S.E., DE WRACHIEN D. (2008). 1D modelling of dam-break surges with floating debris, *Biosystems Engineering*, Vol.100, pp. 297-308.
- MARCHE F. (2007). Derivation of a new two-dimensional viscous shallow water model with varying topography, bottom friction and capillary effects, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol.26, pp. 49-63.
- MOHAPATRA P.K., BHALLAMUDI S.M. (1996). Computation of a dam-break flood wave in channel transitions, *Advances in Water Resources*, Vol.19, Issue 3, pp. 181-187.
- NEMA M., DESMUKH DR.T.S. (2016). Dam break-review, *International Journal of Advanced Engineering Research and Science*, Vol.3, Issue 6.
- POPINET S. (2011). Quadtree-adaptative tsunami modelling, *Ocean Dynamics*, Vol.61, Issue 9, pp.1261-1285.
- REHMAN K., CHO Y.S. (2016). Bed evolution under rapidly varying flows by a new method for wave speed estimation, *Water*, Vol.8, Issue 212, Doi:10.3390/w8050212.
- RITTER A. (1892). Die fortpfanzung der wasser-wellen *Zeitschrift des Vereins, Deutscher Ingenieure*. Vol.36, Issue 33, pp. 947-954.
- SAIKIA M.D., SARMA A.K. (2006). Analysis for adopting logical channel section for 1D dam break analysis in natural channels, *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol.1, Issue 2.

- SAINT-VENANT A.J.C. (1871). Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction de marées dans leurs lits. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Vol.36, pp. 154-174.
- SARMA A.K., SAIKIA M.D. (2006). Dam break hydraulics in natural channel, World Environmental and Water Resources Congress, 21-25 May, Omaha, Nabeška, USA.
- SENTÜRK F. (1994). Hydraulics of dams and reservoirs, Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, USA.
- SINGH J., ALTINAKAR M.S., DING Y. (2011). Two-dimensional numerical modeling of dam-break flows over natural terrain using a central explicit scheme, *Advances in Water Resources*, Vol. 34, pp. 1366-1375. Doi:10.1016/j.advwatres.2011.07.007.
- SMITH M.W., COX N.J., BRACKEN L.J. (2007). Applying flow resistance equations to overland flows, *Progress in Physical Geography*, Vol.31, Issue 4, pp. 363-387.
- SOLEYMANI S., GOLKAR H., YAZD H., TAVOUSI M. (2015). Numerical modeling of dam failure phenomenon using software and finite difference method, *Journal of Materials and Environmental Science*, Vol.6, Issue 11, pp. 3143-3158.
- STOKER J.J. (1952). *Water waves*, Wiley Classics Library Edition Published.
- STOKER J.J. (1957). *Water waves*, Interscience Publishers Inc., Wiley and Sons, New York, U.S.A.
- TOWNSON J.M., AL-SALIHI A.H. (1989). Models of dam-break flow in R-T space. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.115, Issue 5, pp. 561-575.
- TSENG M.H. (1999). Verification of 1-D Transcritical flow model in channels, *Proceedings of the National Science Council, Republic of China*, Vol.23, Issue 5, pp. 654-664.
- VALIANI A., CALEFFI V., ZANNI A. (2002). Case study: Malpasset dam-break simulation using a two-dimensional finite volume method, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 128, Issue 5, pp. 460-472.
- WU C. (1986). Ritter's solution of dam-breaking wave in trapezoid cross-section channel, *Advances in Hydrodynamics*, Vol.1, Issue 2, pp. 82-88.
- XING Y.L., SHU C.W. (2014). A survey of high order schemes for the shallow water equations, *Journal of Mathematical Study*, Vol.47, pp. 221-249.
- XING Y.L., SHU C.W. (2015). High order finite difference WENO schemes with the exact conservation property for the shallow water equations, *Journal of Computational Physics*, Vol.208, pp. 206-227.
- XIONG T., QIU J.M., XU Z. (2013). A parametrized maximum principle preserving flux limiter for finite difference RK-WENO schemes with applications in incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 252, pp. 310-331.
- YU G., DUAN J.G. (2014). High resolution numerical schemes for solving kinematic wave equation, *Journal of Hydrology*, Vol. 519, pp. 823-832.