



## ETUDE DE LA VARIABILITE SAISONNIERE ET INTERANNUELLE DU NIVEAU MOYEN DE LA MER MEDITERRANEE

*HADDAD M.<sup>1</sup>, BELBACHIR M.F.<sup>2</sup>, KAHLOUCHE S.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Centre des Techniques Spatiales, Division de Géodésie Spatiale.

1 Avenue de Palestine, BP 13 Arzew. Oran 31200, Algérie

<sup>2</sup>Université des Sciences et de la Technologie d'Oran - MB, Laboratoire

LSSD "Signaux, Systèmes et Données". BP 1505, EL M'Naouer, Oran 31000, Algérie

haddad\_mahdi@yahoo.fr, mf\_belbachir@yahoo.fr, s\_kahlouche@yahoo.fr

### RESUME

Cet article résume l'étude de la variabilité du niveau moyen de la mer Méditerranée ainsi que sa représentation par un modèle mathématique. La méthode de l'analyse spectrale singulière (singular spectrum analysis - SSA) est appliquée sur la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer (ou sea level anomalies-SLA), issues des mesures recueillies par les différentes missions d'altimétrie spatiale sur la période de janvier 1993 à décembre 2009. La SSA révèle que la fréquence du signal annuel est particulièrement forte en mer Méditerranée. La contribution de ce signal annuel est de 72,38% par rapport au signal d'origine, alors que son amplitude est d'environ 14,5 cm. L'analyse globale montre que le niveau moyen de la Méditerranée augmente depuis 1993 de 1,72 mm par an.

**Mots clés :** mer Méditerranée, niveau moyen, saisonnalité, tendance, analyse spectrale singulière.

### ABSTRACT

This paper summarizes the study of the Mediterranean mean sea level variability and its representation by a mathematical model. The singular spectrum analysis technique (SSA) is applied to the series of mean sea level anomalies, collected from different altimetry missions over the period of January 1993 to December 2009. The SSA technique shows that the frequency of the annual signal is particularly strong in the Mediterranean Sea. The contribution of this annual signal is of 72.38% of the original signal, while its amplitude is about 14.5 cm.

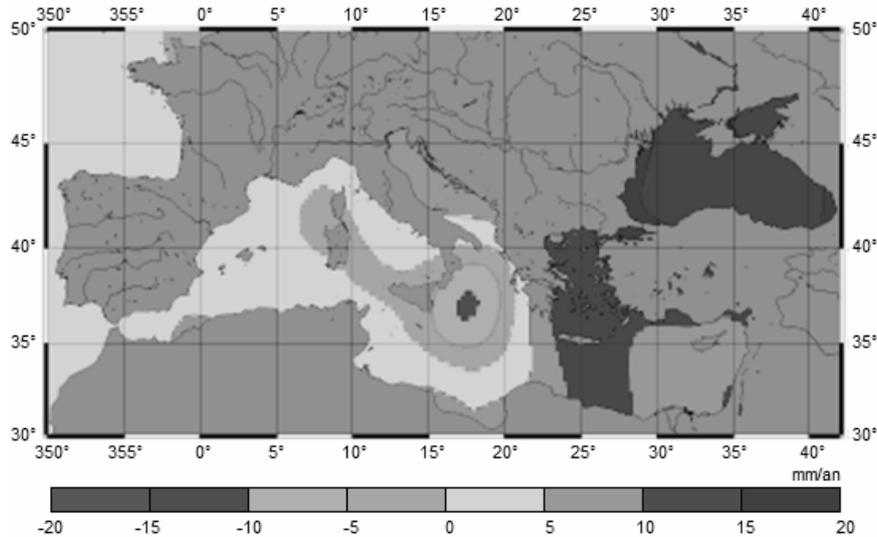
The global analysis indicates that the Mediterranean mean sea level has increased by 1.72 mm per year since 1993.

**Keywords:** Mediterranean Sea, mean sea level, seasonality, trend, singular spectrum analysis.

## INTRODUCTION

D'après le rapport technique du PNUE/PAM (2009), les changements climatiques sont déjà perceptibles au niveau de la mer Méditerranée avec un réchauffement des eaux profondes comme des eaux côtières du bassin occidental (de l'ordre de 1°C pour les eaux côtières sur les 30 dernières années). De même qu'en milieu terrestre, il est enregistré une augmentation des événements extrêmes avec l'apparition d'anomalies thermiques (températures estivales supérieures aux normales saisonnières en 1999 et 2003) sur des aires géographiques de plus en plus importantes. Enfin on assiste à une élévation du niveau de la mer d'environ 1 mm par an. Cependant à l'heure actuelle, aucune estimation robuste ne peut être donnée pour le bassin méditerranéen dans son ensemble. Seule l'étude de Tsimplis de 2007 donne une élévation de 0.35 m d'ici la fin du siècle avec des différences marquées entre l'Ouest (augmentation faible) et l'Est (forte augmentation). Aussi, grâce à l'essor de l'altimétrie spatiale, notre vision de la Méditerranée s'est nettement améliorée au cours de ces dernières années. En effet, le suivi satellitaire opéré par le programme Topex/Poséidon sur les variations du niveau de la mer Méditerranée entre janvier 1993 et juin 2006 montre une différenciation évidente est-ouest, avec une tendance claire à l'augmentation du niveau de la mer de l'Est méditerranéen (Figure 1).

L'objet de cet article porte sur l'étude de la variabilité du niveau moyen de la mer Méditerranée à partir de la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer, issues des différentes missions d'altimétrie spatiale et couvrant la période du 1993 au 2009, et ce en utilisant la technique sophistiquée d'analyse de série temporelle « l'analyse spectrale singulière - SSA ». Il s'agit ici d'effectuer une décomposition de la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer, en une somme de plusieurs composantes indépendantes et interprétables, représentant les composantes de saisonnalités (ou composantes harmoniques) et la tendance. Cette tendance mettra en évidence l'élévation lente du niveau moyen de l'océan sous l'effet conjugué de la dilatation thermique due à l'effet stérique, de la fonte des glaces et des glaciers, des précipitations, etc.



**Figure 1 :** Variations du niveau de la Méditerranée observées entre 1999 et 2006 par le projet Topex/Poséidon (mm/an) : Des valeurs négatives (bleu sombre au vert sombre) aux valeurs positives (du vert pâle au rouge sombre).  
Source : LEGOS-GRGS-CNES.

Notons ici que la SSA est un outil pratique dans la résolution de plusieurs problèmes. Notamment, elle est utile pour la détermination de la tendance de résolutions différentes, le lissage, l'extraction de la composante de saisonnalité, l'extraction simultanée avec de petites et larges périodes, l'extraction de la périodicité avec des amplitudes différentes, l'extraction simultanée de la tendance et de la périodicité, et pour trouver les structures des courtes séries et la détection des points de changements (Hassani, 2007). En faite, la SSA inclut en même temps les éléments classiques de l'analyse des séries, les statistiques multivariées, la géométrie multivariée, les systèmes dynamiques non linéaires, des éléments du processus de signal, l'algèbre linéaire, l'équation à différence finie et l'analyse fonctionnelle (Hassani, 2007). Les domaines d'application de la SSA sont divers : les mathématiques, les physiques, l'économie, les mathématiques financières, la météorologie, l'océanologie, en passant par les sciences sociales et la recherche en marketing. Plusieurs livres, articles et logiciels à propos de la technique SSA sont disponibles sous le site web SSAwiki. Pour les applications variées de la SAA, voir : (Haddad et al., 2011), (Hassani 2007; 2010), (Hassani et Zhigljavsky 2009), (Hassani et Thomakos, 2010) et (Hassani et al., 2009; 2010).

## L'ANALYSE SPECTRALE SINGULIERE

La formulation mathématique de la SSA se base sur le calcul des vecteurs propres de la matrice d'auto-covariance. On décompose son procédé en trois étapes (Le Bail, 2006) :

**Etape 1.** Choix d'un retard de covariance  $M$  : C'est l'étape la plus délicate puisque cela revient en fait à tester une certaine périodicité et donc à bien connaître les effets liés à la série étudiée. Une fois  $M$  choisie, on découpe le signal en morceaux de longueur  $M$  de sorte que :

$$D = \begin{pmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(M) \\ x(2) & x(3) & \dots & x(M+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-M+1) & x(N-M+2) & \dots & x(N) \end{pmatrix}$$

La matrice d'auto-covariance  $C$  est de taille  $(M,M)$  et s'écrit :  $C = D^t D$

**Etape 2.** Étude des valeurs propres de la matrice  $C$  : On détermine les  $M$  valeurs propres de la matrice  $C$ . En les représentant dans un diagramme à barres en ordre décroissant, on identifie immédiatement les valeurs propres isolées et les valeurs propres proches. D'une manière générale, la théorie de la SSA donne :

- valeur propre isolée = tendance,
- deux valeurs propres proches = signal périodique,
- les valeurs propres petites constituent le bruit du signal.

**Etape 3.** Projection de la série originale sur les vecteurs propres et reconstruction des composantes.

Pour tout lecteur qui voudrait approfondir la modélisation de la technique SSA, nous lui laissons le soin de se reporter à l'ouvrage "Analysis of time series structure: SSA and related techniques" de Golyandina et al. (2001).

## DONNEES UTILISEES

Les cartes d'anomalies de hauteur de la mer produites à l'échelle de la Méditerranée (30°N-46°N, 5°W-36°E) par le système opérationnel Ssalto/Duacs (Maps of Sea Level Anomaly - MSLA), ont été utilisées pour cette étude. Ces cartes produites à une résolution de  $1/8^\circ \times 1/8^\circ$ , distribuées par Aviso de façon hebdomadaire, résultent de l'homogénéisation et de la combinaison de multiples données altimétriques acquises et produites par différentes missions d'altimétrie spatiale. Notons ici que les Anomalies de hauteur de mer ou SLA (Sea Level Anomalies) représentent la différence entre la hauteur de la mer observée par l'altimétrie spatiale et la hauteur de la mer moyenne. Cette donnée permet de

suivre les variations de l'océan (variations saisonnières, phénomènes climatiques comme El Niño).

Une série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer en Méditerranée a été déterminée pour la période 1993-2009, en calculant la moyenne des valeurs des cellules de chaque grille (carte) MSLA, ce qui nous permet d'avoir une valeur d'anomalies de hauteur de la mer par semaine. La Figure 2 représente la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer en Méditerranée et montre que les amplitudes des variations du niveau moyen de la Méditerranée sont fortes, de l'ordre de 20 cm.

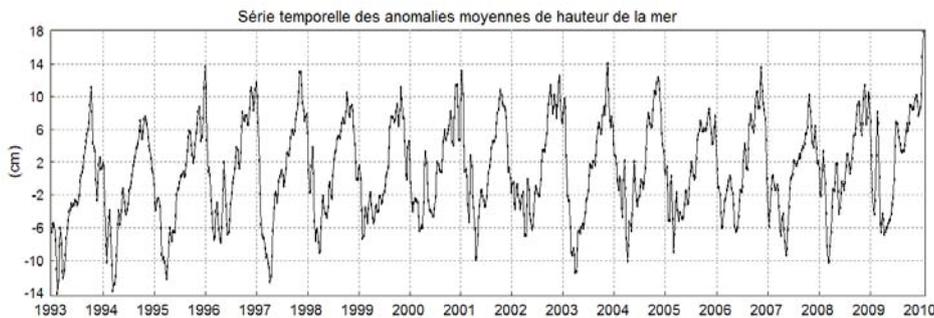


Figure 2 : Anomalies moyennes de hauteur (SLA) de la mer en Méditerranée.

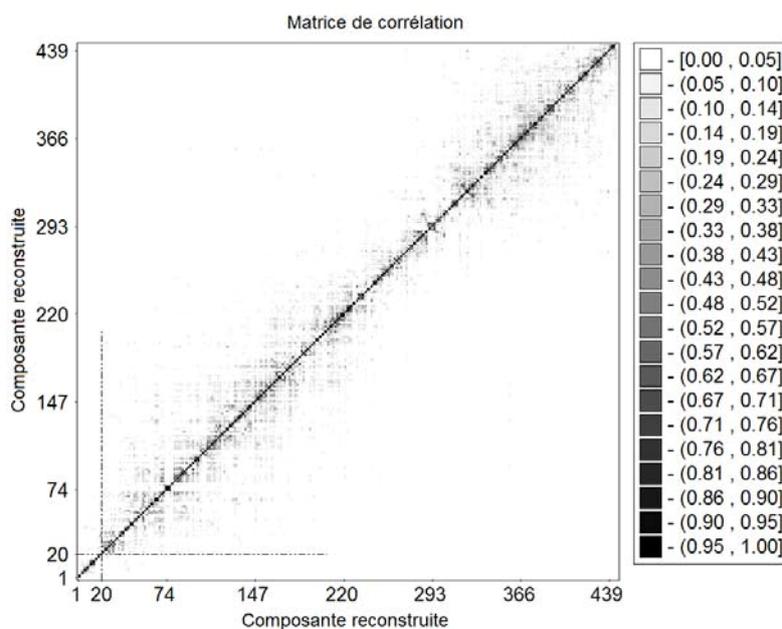
## ANALYSE DE LA VARIABILITE DE LA MER MEDITERRANEE

Afin d'extraire les caractéristiques de la variabilité de la Méditerranée, la série d'anomalies moyennes de hauteur (SLA) d'une longueur de  $T=887$  est analysée par la technique SSA. L'objectif est de décomposer cette série initiale en une somme de séries. Tel que chaque composante dans cette somme peut être identifiée comme étant la composante tendance, la composante de saisonnalité et la composante bruit. Cela est suivi par une reconstruction de la série initiale. La longueur de la fenêtre "covariance-lag  $M$ " est le seul paramètre dans l'étape de décomposition. Selon Golyandina et al. (2001), le covariance-lag agit comme une fenêtre sur le signal, il doit être suffisamment long pour englober la période du signal recherché (exactement comme en analyse spectrale de Fourier...). Sur cette recommandation, nous avons choisi pour notre application  $M = 444$ .

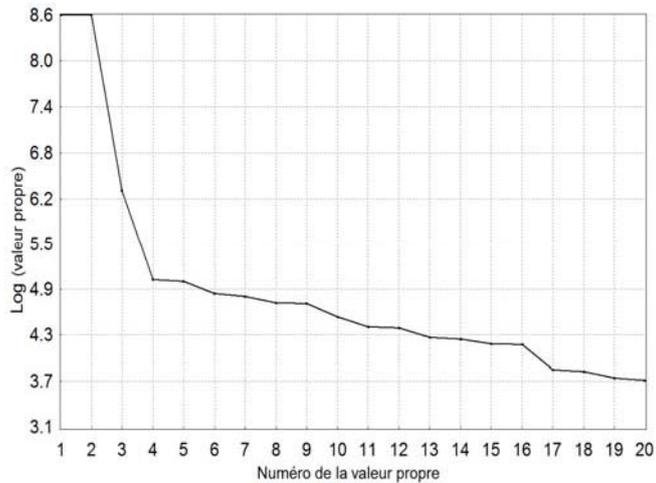
Notons que les résultats et figures présentés ci-après sont obtenus au moyen du logiciel CaterpillarSSA 3.40 disponible sous le site : <http://www.gistatgroup.com>. CaterpillarSSA effectue l'analyse, la prévision et la détection des points de changements pour les séries temporelles unidimensionnelles, ainsi que l'analyse/prévision des séries temporelles multidimensionnelles. Les exemples du livre (Golyandina et al., 2001) sont obtenus au moyen de ce logiciel. Par conséquent, ce livre peut être considéré comme une aide (help) supplémentaire au logiciel.

### Identification des composantes harmoniques

Dans la pratique, deux valeurs propres proches séparées indiquent une composante cyclique, ce qui simplifie l'identification visuelle des composantes harmoniques. Par conséquent, les plateaux explicites dans le spectre des valeurs propres invitent le nombre ordinal des couples de valeurs propres correspondants aux composantes harmoniques. La Figure 3 illustre la corrélation entre les 444 composantes reconstruites dans une échelle de 20 niveaux de gris du blanc au noir, correspondants à des valeurs de corrélation de 0 à 1. Les valeurs importantes de corrélation entre les composantes reconstruites indiquent qu'elles devraient être éventuellement réunies en un seul groupe et correspondent donc à la même composante dans la décomposition de la SSA. D'après la Figure 3, il ressort que les valeurs zéro de corrélation se produisent autour des 20 premières composantes. Sur la base de cette information, nous sélectionnons les 20 premières valeurs propres pour l'identification des composantes harmoniques et considérons le reste comme signal bruit. Il ressort bien du diagramme des Logarithmes des 20 premières valeurs propres (Figure 4), trois composantes périodiques : les couples de valeurs propres (1-2), (4-5) et (8-9).

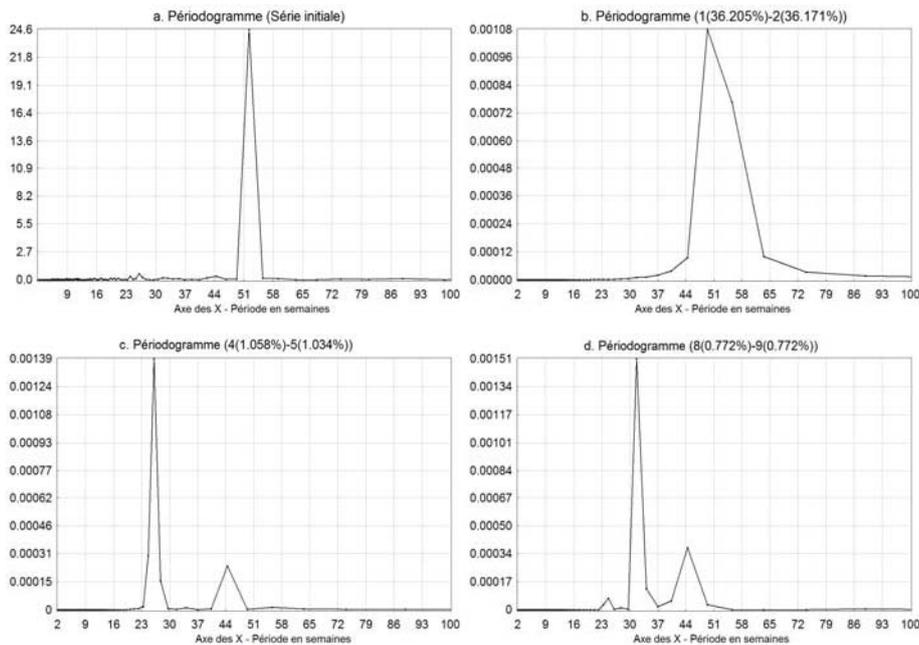


**Figure 3 :** Matrice des corrélations des 444 composantes reconstruites.



**Figure 4 :** Logarithmes des 20 premières valeurs propres.

La Figure 5 représente les périodogrammes de la série initiale des anomalies moyennes de hauteur de la mer et des trois premières composantes harmoniques identifiées par la SSA. L'analyse des périodogrammes montre que les fréquences des composantes harmoniques identifiées coïncident bien avec les fréquences de la série initiale des anomalies moyennes de hauteur de la mer. Les trois premières saisonnalités ont des périodicités de 51,99 semaines (signal annuel), 26 semaines (signal semi-annuel) et 31,63 semaines (~7,5 mois) respectivement. La contribution de ses trois saisonnalités par rapport à la série temporelle initiale des anomalies moyennes de hauteur de la mer est de 72,38%, 2,1% et 1,5% respectivement.



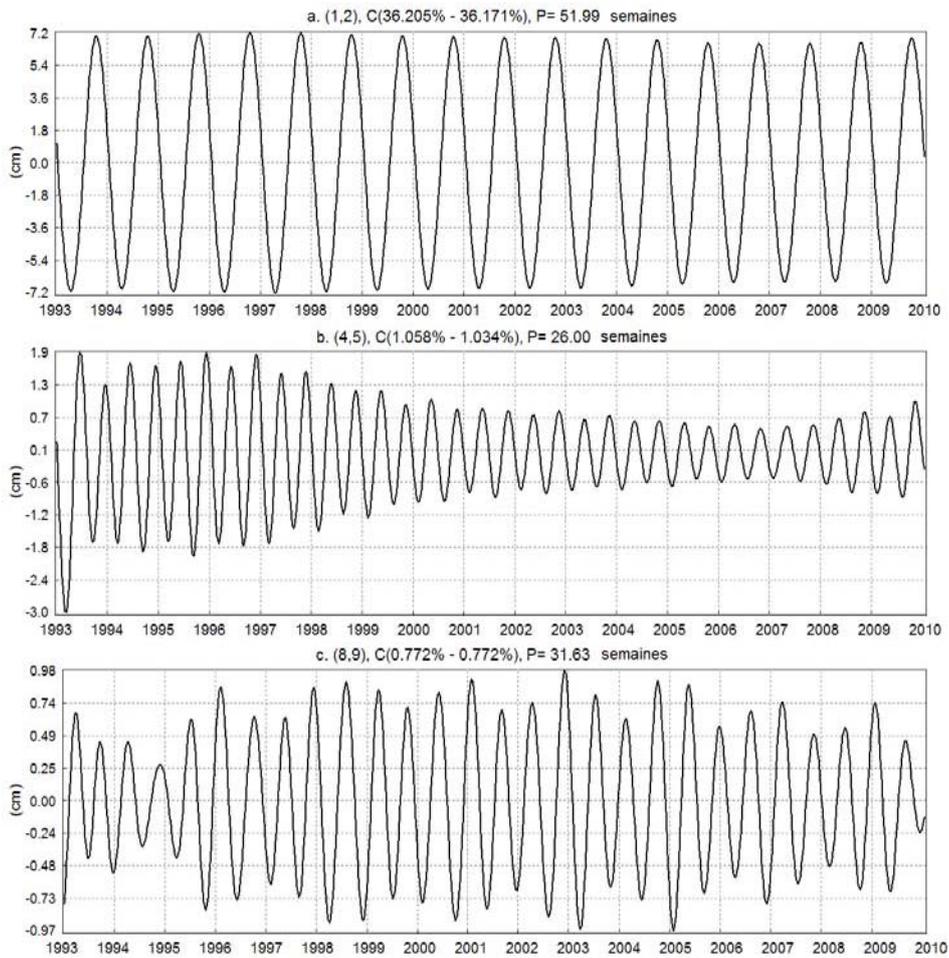
**Figure 5 :** Périodogrammes: (a) série originale, (b), (c) et (d) composantes harmoniques: couples de valeurs propres (1-2), (4-5) et (8-9) respectivement.

La reconstruction des trois composantes harmoniques montre que la fréquence du signal annuel est particulièrement forte en mer Méditerranée. L’amplitude des variations du signal annuel est de 14,5 cm (Figure 6).

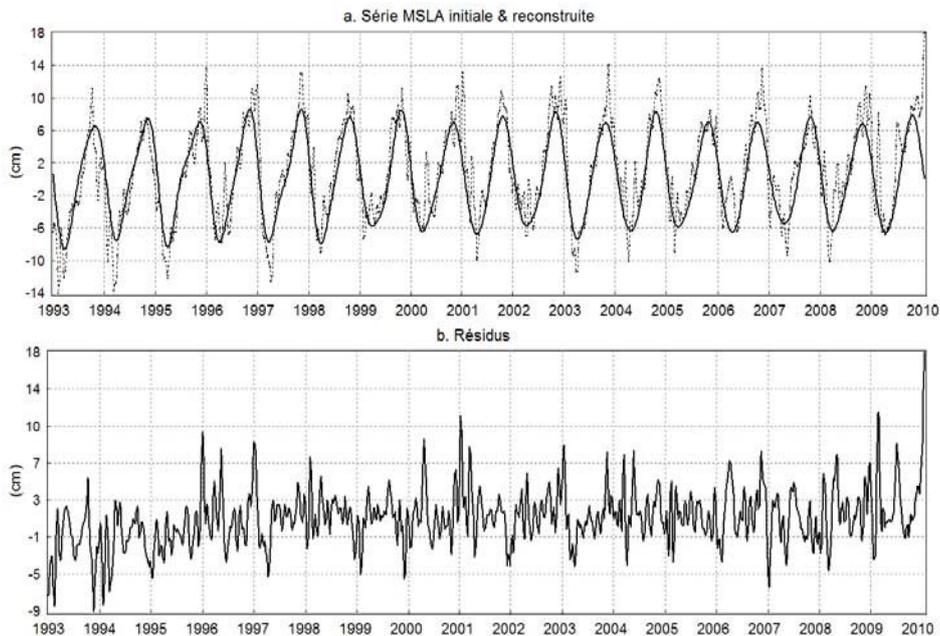
### Modèle de variabilité et tendance

Un modèle de variabilité océanique de la mer Méditerranée est établi à partir des trois premières composantes spectrales identifiées par la technique SSA. La variabilité totale des trois premières composantes harmoniques est de 17 cm (Figure 7-a). La tendance à long terme est évaluée par ajustement au sens des moindres carrés des résidus obtenus après élimination des composantes harmoniques modélisées (Figure 7-b). L'analyse montre une élévation du niveau moyen de la Méditerranée de 1,72 mm par an durant la période 1993-2009.

*Etude de la variabilité saisonnière et interannuelle du niveau moyen de la mer Méditerranée*



**Figure 6** : Reconstruction des trois premières composantes harmoniques et leur contribution.



**Figure 7 :** Reconstruction: (a) modèle de variabilité, (b) résidus.

## CONCLUSION

L'analyse par la méthode de l'Analyse Spectrale Singulière (SSA) de la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer, tirée des produits Ssalto/Duacs, nous a permis de caractériser l'évolution du niveau moyen de la Méditerranée. Les premières composantes harmoniques révélées ont des périodes de 51,99 semaines (signal annuel), 26 semaines (signal semi-annuel) et 31,63 semaines (~7,5 mois). La fréquence du signal annuel est particulièrement forte en mer Méditerranée. La contribution du signal annuel représente 72,38% du signal d'origine, alors que son amplitude est d'environ 14,5 cm.

Un modèle de variabilité océanique est établi à partir des trois premières composantes harmoniques identifiées par l'analyse spectrale ; la tendance à long terme est évaluée par ajustement au sens des moindres carrés, des résidus obtenus après élimination des composantes harmoniques modélisées. L'analyse globale montre que le niveau moyen de la Méditerranée augmente depuis 1993 de 1,72 mm par an. Si cette tendance continue, le niveau moyen de la mer Méditerranée pourrait monter de 15 centimètres à la fin du siècle, ce qui impliquera des répercussions négatives pour les zones côtières.

## **REMERCIEMENTS**

Les auteurs tiennent à remercier Aviso, pour la mise à leur disposition des données altimétriques. Les auteurs remercient également GistaT Group (PhD Nina Golyandina, PhD Vladimir Nekrutkin and Kirill Braulov) du Department of Mathematics - St. Petersburg University, pour la mise à leur disposition du logiciel CaterpillarSSA. Un grand merci au Prof. Dr. Hossein Hassani de Cardiff University - UK, pour les éclairages apportés sur l'analyse des séries temporelles, notamment par la technique SSA.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- GHODSI M., HASSANI H., SANEI S., HICKS Y. (2009). The Use of Noise Information for Detection of Temporomandibular Disorder, *Journal of Biomedical Signal Processing and Control*, Vol. 4, Issue 2, 79-85.
- GHODSI M., HASSANI H., SANEI S. (2010). Extracting Fetal Heart Signal From Noisy Maternal ECG by Singular Spectrum Analysis, *Statistics and Its Interface*, 3(3), 399-411.
- GOLYANDINA N., NEKRUTKIN V., ZHIGLJAVSKY A. (2001). *Analysis of Time Series Structure: SSA and related techniques*. Chapman & Hall/CRC.
- HADDAD M., BELBACHIR M.F., KAHLOUCHE S. (2011). Long-term global mean sea level variability revealed by singular spectrum analysis, *International Journal of Academic Research (IJAR)*, Vol. 3, Issue 2, Part III, 411-420.
- HADDAD M., BELBACHIR M.F., KAHLOUCHE S., RAMI A. (2011). Investigation of Mediterranean sea level variability by singular spectrum analysis, *Journal of Mathematics and Technology*, Vol. 2. N°1, pp. 45-53.
- HASSANI H. (2007) Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison. *Journal of Data Science*. Vol. 5, N° 2, 239-257.
- HASSANI H. (2010). A Brief Introduction to Singular Spectrum Analysis. [http://www.ssa.cf.ac.uk/a\\_brief\\_introduction\\_to\\_ssa.pdf](http://www.ssa.cf.ac.uk/a_brief_introduction_to_ssa.pdf)
- HASSANI H., DIONISIO A., GHODSI M. (2009). The effect of noise reduction in measuring the linear and nonlinear dependency of financial markets, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 11(1), 492-502.
- HASSANI H., HERAVI H., ZHIGLJAVSKY A. (2009). Forecasting European Industrial Production with Singular Spectrum Analysis, *International journal of forecasting*, Vol. 25, Issue 1, 103-118.
- HASSANI H., MAHMOUDVAND R., YARMOHAMMADI M. (2010). Filtering and Denoising in the Linear Regression Model. *Fluctuation and Noise Letters*, 9(4), 343-358.
- HASSANI H., SOOFI A., ZHIGLJAVSKY A. (2010). Predicting Daily Exchange Rate with Singular Spectrum Analysis. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 11, Issue 3, 2023-2034.

- HASSANI H., THOMAKOS D. (2010). A Review on Singular Spectrum Analysis for Economic and Financial Time Series, *Statistics and Its Interface*, 3(3), 377-397.
- HASSANI H., ZHIGLJAVSKY A. (2009) Singular Spectrum Analysis: Methodology and Application to Economics Data, *Journal of Systems Science and Complexity (JSSC)*, Vol. 22, N° 2, 372-394.
- LE BAIL K. (2006). Évaluation de la qualité des séries temporelles de mesures: signal et bruit. *Bulletin d'information scientifique et technique de l'IGN n° 75*, 123-132.
- PNUE/PAM-Plan Bleu (2009). *Etat de l'environnement et du développement en Méditerranée*. PNUE/PAM-Plan Bleu, Athènes.
- TSIMPLIS M., MARCOS M., SOMOT S. (2008). 21st century Mediterranean sea level rise: steric and atmosphere pressure contributions from a regional model, *Global and Planetary Change*, vol. 63, Issues 2-3, 105-111.

## **SITOGRAFIE**

<http://www.gistatgroup.com>

<http://www.math.uni-bremen.de/~theodore/ssawiki/>